**Abstract**

A nonparametric and unsupervised method of automatic threshold selection for picture segmentation is presented.

画像のセグメンテーションのための自動閾値選択のノンパラメトリックで教師なしの方法が提示されます。

An optimal threshold is selected by the discriminant criterion, namely, so as to maximize the separability of the resultant classes in gray levels.

最適な閾値は、判別基準によって選択されます。つまり、結果のクラスのグレーレベルでの分離可能性が最大になるように選択されます。

The procedure is very simple, utilizing only the zeroth- and the first-order cumulative moments of the gray-level histogram.

手順は非常に単純で、グレーレベルヒストグラムの0次および1次の累積モーメントのみを使用します。

It is straightforward to extend the method to multithreshold problems.

メソッドを複数のしきい値の問題に拡張するのは簡単です。

Several experimental results are also presented to support the validity of the method.

メソッドの妥当性をサポートするために、いくつかの実験結果も提示されています。

**Intro**

It is important in picture processing to select an adequate threshold of gray level for extracting objects from their background.

画像処理では、背景からオブジェクトを抽出するためのグレーレベルの適切なしきい値を選択することが重要です

A variety of techniques have been proposed in this regard.

これに関して、さまざまな手法が提案されています。

In an ideal case, the histogram has a deep and sharp valley between two peaks representing objects and background, respectively, so that the threshold can be chosen at the bottom of this valley [1].

理想的な場合、ヒストグラムには、オブジェクトと背景をそれぞれ表す2つのピークの間に深く鋭い谷があるため、この谷の底でしきい値を選択できます[1]。

However, for most real pictures, it is often difficult to detect the valley bottom precisely, especially in such cases as when the valley is flat and broad, imbued with noise, or when the two peaks are extremely unequal in height, often producing no traceable valley.

ただし、ほとんどの実際の写真では、特に谷が平らで広く、ノイズが染み込んでいる場合、または2つのピークの高さが極端に等しくないために追跡できない場合など、谷底を正確に検出することはしばしば困難です。

There have been some techniques proposed in order to overcome these difficulties.

これらの困難を克服するためにいくつかの手法が提案されてきました。

They are, for example, the valley sharpening technique [2], which restricts the histogram to the pixels with large absolute values of derivative (Laplacian or gradient), and the difference histogram method [3], which selects the threshold at the gray level with the maximal amount of difference.

それらは、たとえば、ヒストグラムを微分の絶対値が大きいピクセル（ラプラシアンまたは勾配）に制限する谷シャープニング手法[2]と、ヒストグラムの最大の差でグレーレベルのしきい値を選択する差分ヒストグラム手法[3]です。

These utilize information concerning neighboring pixels (or edges) in the original picture to modify the histogram so as to make it useful for thresholding.

これらは、元の画像の隣接ピクセル（またはエッジ）に関する情報を利用して、ヒストグラムを修正し、しきい値処理に役立つようにします。

Another class of methods deals directly with the gray-level histogram by parametric techniques.

別のクラスのメソッドは、パラメトリック手法によりグレーレベルヒストグラムを直接処理します。

For example, the histogram is approximated in the least square sense by a sum of Gaussian distributions, and statistical decision procedures are applied [4].

たとえば、ヒストグラムはガウス分布の合計によって最小二乗の意味で近似され、統計的決定手順が適用されます[4]。

However, such a method requires considerably tedious and sometimes unstable calculations.

ただし、このような方法では、かなり面倒で、不安定な計算が必要になります。

Moreover, in many cases, the Gaussian distributions turn out to be a meager approximation of the real modes.

さらに、多くの場合、ガウス分布は実モードのわずかな近似であることがわかります。

In any event, no "goodness" of threshold has been evaluated in most of the methods so far proposed.

いずれにしても、これまでに提案されたほとんどの方法では、しきい値の「良さ」は評価されていません。

This would imply that it could be the right way of deriving an optimal thresholding method to establish an appropriate criterion for evaluating the "goodness" of threshold from a more general standpoint.

これは、より一般的な観点からしきい値の「良さ」を評価するための適切な基準を確立するための最適なしきい値設定方法を導き出す正しい方法があることを意味します。

In this correspondence, our discussion will be confined to the elementary case of threshold selection where only the gray-level histogram suffices without other a priori knowledge.

この報告での私たちの議論は、他の先験的な知識なしにグレーレベルのヒストグラムだけで十分である閾値選択の基本的なケースに限定されます。

It is not only important as a standard technique in picture processing, but also essential for unsupervised decision problems in pattern recognition.

それは画像処理の標準的な手法として重要であるだけでなく、パターン認識における教師なしの決定問題にも不可欠です。

A new method is proposed from the viewpoint of discriminant analysis; it directly approaches the feasibility of evaluating the "goodness" of threshold and automatically selecting an optimal threshold.

判別分析の観点から新しい方法が提案されています。しきい値の「良さ」を評価し、最適なしきい値を自動的に選択する可能性に直接近づきます。

**Formulation**

Let the pixels of a given picture be represented in *L* gray levels .

与えられた画像のピクセルをLグレーレベル[1,2、⋯、L]で表現します。

The number of pixels at level *i* is denoted by ni and the total number of pixels by .

レベルiのピクセル数はniで示され、ピクセルの総数はN = n\_1 + n\_2 +⋯+ n\_Lで示されます。

In order to simplify the discussion, the gray-level histogram is normalized and regarded as a probability distribution:

議論を簡単にするために、グレーレベルのヒストグラムは正規化され、確率分布と見なされます。

Now suppose that we dichotomize the pixels into two classes and (background and objects, or vice versa) by a threshold at level *k*; denotes pixels with levels , and denotes pixels with levels .

ここで、レベルkのしきい値によって、ピクセルを2つのクラスC\_0とC\_1（背景とオブジェクト、またはその逆）に二分したと仮定します。 C\_0はレベル[1、⋯、k]のピクセルを表し、C\_1はレベル[k + 1、⋯、L]のピクセルを表します。

Then the probabilities of class occurrence and the class mean levels, respectively, are given by

次に、クラス発生の確率とクラス平均レベルは、それぞれ次のように与えられます。

and

Where

and

are the zeroth- and the first-order cumulative moments of the histogram up to the kth level, respectively, and

は、それぞれk番目のレベルまでのヒストグラムのゼロ次および1次の累積モーメントです。

is the total mean level of the original picture. We can easily verify the following relation for any choice of k:

元の画像の合計平均レベルです。任意のkの選択について、次の関係を簡単に検証できます。

The class variances are given by

クラスの分散は次によって与えられます

These require second-order cumulative moments (statistics).

これらには、2次累積モーメント（統計）が必要です。

In order to evaluate the "goodness" of the threshold (at level k), we shall introduce the following discriminant criterion measures (or measures of class separability) used in the discriminant analysis [5]:

（レベルkで）しきい値の「良さ」を評価するために、判別分析で使用される次の判別基準尺度（またはクラス分離可能性尺度）を導入します[5]。

where

(due to (9)) and

（9）による. そして

are the within-class variance, the between-class variance, and the total variance of levels, respectively.

クラス内分散、クラス間分散、およびレベルの合計分散です。

Then our problem is reduced to an optimization problem to search for a threshold k that maximizes one of the object functions (the criterion measures) in (12).

次に、問題を最適化問題に還元して、（12）のオブジェクト関数（​​基準尺度）の1つを最大化するしきい値kを検索します。

This standpoint is motivated by a conjecture that well threshold classes would be separated in gray levels, and conversely, a threshold giving the best separation of classes in gray levels would be the best threshold.

この観点は、適切なしきい値クラスがグレーレベルで分離されるという推測によって動機付けられ、逆に、グレーレベルでクラスの最適な分離を提供するしきい値が最適なしきい値になると考えられます。

The discriminant criteria maximizing , and respectively, for are, however, equivalent to one another; e.g., and in terms of , because the following basic relation always holds:

ただし、κについてそれぞれλ、κ、およびηを最大化する判別基準は、互いに同等です。たとえば、次の基本的な関係が常に成り立つため、κ=λ+ 1およびη= λ⁄（（λ+ 1））をλで表します：

It is noticed that and are functions of threshold level *k*, but is independent of *k*.

とはしきい値レベル*k*の関数ですが、は*k*に依存しません。

It is also noted that is based on the second-order statistics (class variances), while ( is based on the first-order statistics (class means).

また、2は2次統計（クラス分散）に基づいているのに対し、（は1次統計（クラス平均）に基づいています。

Therefore, is the simplest measure with respect to *k*.

したがって、ηはkに関する最も単純な尺度です。

Thus we adopt as the criterion measure to evaluate the "goodness" (or separability) of the threshold at level *k*.

したがって、レベルkでのしきい値の「良さ」（または分離可能性）を評価する基準尺度としてηを採用します。

The optimal threshold *k*\* that maximizes , or equivalently maximizes , is selected in the following sequential search by using the simple cumulative quantities (6) and (7), or explicitly using (2)-(5):

ηを最大化する、またはを最大化する最適なしきい値*k*\*は、単純な累積量（6）および（7）を使用するか、明示的に（2）-（5）を使用して、次の逐次検索で選択されます。

and the optimal threshold k\* is

最適なしきい値k \*は

From the problem, the range of k over which the maximum is sought can be restricted to

問題から、最大値が求められるkの範囲は、

We shall call it the effective range of the gray-level histogram.

これをグレースケールヒストグラムの有効範囲と呼びます。

From the definition in (14), the criterion measure (or ) takes a minimum value of zero for such *k* as (i.e., making all pixels either or , which is, of course, not our concern) and takes a positive and bounded value for .

（14）の定義から、基準測度（またはη）は、のようなkに対してゼロの最小値を取ります。（つまり、すべてのピクセルをまたはにします。もちろん、これは私たちの関心事ではありません）、そしてに対して正の境界値を取ります。

It is, therefore, obvious that the maximum always exists.

したがって、最大値が常に存在することは明らかです。

The method proposed in the foregoing affords further means to analyze important aspects other than selecting optimal thresholds.

上記で提案された方法は、最適なしきい値を選択する以外の重要な側面を分析するためのさらなる手段を提供します。

For the selected threshold , the class probabilities (2) and (3), respectively, indicate the portions of the areas occupied by the classes in the picture so threshold.

選択されたしきい値に対して、クラス確率（2）および（3）は、それぞれ、ピクチャしきい値でクラスが占める領域の部分を示します。

The class means (4) and (5) serve as estimates of the mean levels of the classes in the original

gray-level picture.

クラス平均（4）および（5）は、元のグレーレベルの画像におけるクラスの平均レベルの推定値として機能します。

1. **Analysis offurther important aspects**

The maximum value , denoted simply by , can be used as measure to evaluate the separability of classes (or ease of thresholding) or the original picture or the bimodality of the histogram.

単純にで表される最大値は、クラスの分離可能性（またはしきい値設定の容易さ）または元の画像またはヒストグラムの双峰性を評価するための尺度として使用できます。

This is a significant measure, for it is invariant under affine ransformations of the gray-level scale (i.e., for any shift and dilatation,).

これは、グレーレベルスケールのアフィン変換の下で不変であるため、重要な尺度です（つまり、任意のシフトと膨張に対して、）。

It is uniquely determined within the range

それは範囲内で一意に決定されます

The lower bound (zero) is attainable by, and only by, pictures having a single constant gray level, and the upper bound (unity) is attainable by, and only by, two-valued pictures.

下限（ゼロ）は、単一の一定のグレーレベルを持つ画像によってのみ達成可能です。上限（ユニティ）は、2値画像によってのみ達成可能です。

1. **Extension to Multithresholding**

The extension of the method to multihresholding problems is straightforward by virtue of the discriminant criterion.

このメソッドの多しきい値化問題への拡張は、判別基準により簡単です。

For example, in the case of three-thresholding, we assume two thresholds: , for separating three classes, for , , for , and for .

たとえば、3値化の場合、2つのしきい値を想定します。、3つのクラスを分離するため、は、は、およびは。

The criterion measure (also ) is then a function of two variables , and , and an optimal set of thresholds and is selected by maximizing :

基準測度（ηも）は、2つの変数、の関数であり、を最大化することにより、しきい値およびの最適なセットが選択されます。

It should be noticed that the selected thresholds generally become less credible as the number of classes to be separated increases.

一般的に、選択するしきい値は、分離するクラスの数が増えるにつれて信頼性が低くなることに注意してください。

This is because the criterion measure (), defined in one-dimensional (gray-level) scale, may gradually lose its meaning as the number of classes increases.

これは、1次元（グレーレベル）スケールで定義された基準メジャー（）が、クラスの数が増えるにつれてその意味を徐々に失う可能性があるためです。

The expression of and the maximization procedure also become more and more complicated.

の式と最大化手順もますます複雑になります。

However, they are very simple for M = 2 and 3, which cover almost all practical applications, so that a special method to reduce the search processes is hardly needed.

ただし、M = 2および3の場合は非常に単純であり、ほとんどすべての実用的なアプリケーションをカバーするため、検索プロセスを削減するための特別な方法はほとんど必要ありません。

It should be remarked that the parameters required in the present method for M-thresholding are M - 1 discrete thresholds themselves, while the parametric method, where the gray-level histogram is approximated by the sum of Gaussian distributions, requires 3M – 1 continuous parameters.

現在のMしきい値法に必要なパラメーターはM-1個の離散しきい値自体であり、グレーレベルヒストグラムがガウス分布の合計で近似されるパラメトリック法では3M-1個の連続パラメーターが必要であることに注意してください。

1. **Experimental Results**

Several examples of experimental results are shown in Figs. 1-3.

実験結果のいくつかの例が、図1-3に示されています。

Throughout these figures, (a) (as also (e)) is an original gray-level picture; (b) (and (f)) is the result of thresholding; (c) (and (g)) is a set of the gray-level histogram (marked at the selected threshold) and the criterion measure q1(k) related thereto; and (d) (and (h)) is the result obtained by the analysis.

これらの図を通して、（a）（（e）も同様）は元のグレーレベルの画像です。 （b）（および（f））はしきい値処理の結果です。 （c）（および（g））は、（選択されたしきい値でマークされた）グレーレベルヒストグラムとそれに関連する基準測度q1（k）のセットです。 （d）（および（h））は分析によって得られた結果です。

The original gray-level pictures are all 64 x 64 in size, and the numbers of gray levels are 16 in Fig. 1, 64 in Fig. 2, 32 in Fig. 3(a), and 256 in Fig. 3(e). (They all had equal outputs in 16 gray levels by superposition of symbols by reason of representation, so that they may be slightly lacking in precise detail in the gray levels.)

元のグレーレベル画像のサイズはすべて64 x 64で、グレーレベルの数は図1の16、図2の64、図3（a）の32、図3（e）の256です。 ）。 （これらはすべて、表現の理由によるシンボルの重ね合わせにより16のグレーレベルで等しい出力を持っているため、グレーレベルの正確な詳細がわずかに欠けている可能性があります。）

Fig. 1 shows the results of the application to an identical character "A" typewritten in different ways, one with a new ribbon (a) and another with an old one (e), respectively.

図1は、それぞれ新しいリボン（a）と古いリボン（e）でそれぞれ異なる方法でタイプされた同一の文字「A」に対するアプリケーションの結果を示しています。

In Fig. 2, the results are shown for textures, where the histograms typically show the difficult cases of a broad and flat valley (c) and a unimodal peak (g).

図2に、テクスチャの結果を示します。ヒストグラムは通常、広くて平らな谷（c）と単峰性のピーク（g）の難しいケースを示しています。

In order to appropriately illustrate the case of threethresholding, the method has also been applied to cell images with successful results, shown in Fig. 3, where stands for the background, for the cytoplasm, and for the nucleus.

3閾値法の場合を適切に説明するために、この方法は、図3に示すように成功した結果の細胞画像にも適用されています。は背景、は細胞質、は核を表します。

They are indicated in (b) and (f) by ( ), (=), and (\*), respectively.

それらは、それぞれ（b）および（f）で（）、（=）、および（\*）で示されます。

A number of experimental results so far obtained for various examples indicate that the present method derived theoretically is of satisfactory practical use.

これまでにさまざまな例で得られた多くの実験結果は、理論的に導出された本方法が満足のいく実用的であることを示しています。

1. Unimodality of the object function

The object function , or equivalently, the criterion measure , is always smooth and unimodal, as can be seen in the experimental results in Figs. 1-2.

オブジェクト関数、または同等に、基準測度は、図1-2の実験結果からわかるように、常に滑らかで単峰性です。。

It may attest to an advantage of the suggested criterion and may also imply the stability of the method.

それは提案された基準の利点を証明するかもしれず、また方法の安定性を暗示するかもしれません。

The rigorous proof of the unimodality has not yet been obtained.

単峰性の厳密な証明はまだ得られていません。

However, it can be dispensed with from our standpoint concerning only the maximum.

ただし、最大値のみに関する観点からは省略できます。

Conclusion

A method to select a threshold automatically from a gray level histogram has been derived from the viewpoint of discriminant analysis.

グレーレベルヒストグラムからしきい値を自動的に選択する方法は、判別分析の観点から導き出されました。

This directly deals with the problem of evaluating the goodness of thresholds.

これは、しきい値の良さを評価する問題に直接対処します。

An optimal threshold (or set of thresholds) is selected by the discriminant criterion; namely, by maximizing the discriminant measure q (or the measure of separability of the resultant classes in gray levels).

最適なしきい値（またはしきい値のセット）は、判別基準によって選択されます。すなわち、判別尺度q（またはグレーレベルでの結果のクラスの分離可能性の尺度）を最大化することによって。

The proposed method is characterized by its nonparametric and unsupervised nature of threshold selection and has the following desirable advantages.

提案された方法は、しきい値選択のノンパラメトリックで教師なしの性質によって特徴付けられ、以下の望ましい利点があります。

1. The procedure is very simple; only the zeroth and the first order cumulative moments of the gray-level histogram are utilized.

手順は非常に簡単です。グレーレベルヒストグラムの0次および1次の累積モーメントのみが使用されます。

2) A straightforward extension to multithresholding problems is feasible by virtue of the criterion on which the method is based.

多重閾値問題への簡単な拡張は、この方法が基づいている基準によって実現可能です。

1. An optimal threshold (or set of thresholds) is selected automatically and stably, not based on the differentiation (i.e.. a local property such as valley), but on the integration (i.e., a global property) of the histogram.

最適なしきい値（またはしきい値のセット）は、微分（谷などのローカルプロパティ）ではなく、ヒストグラムの積分（つまりグローバルプロパティ）に基づいて自動的かつ安定して選択されます。

1. Further important aspects can also be analyzed (e.g., estimation of class mean levels, evaluation of class separability, etc.).

さらに重要な側面も分析できます（クラス平均レベルの推定、クラス分離可能性の評価など）。

1. The method is quite general: it covers a wide scope of unsupervised decision procedure.

この方法は非常に一般的です。監視されていない決定手順の広い範囲をカバーします。

The range of its applications is not restricted only to the thresholding of the gray-level picture, such as specifically described in the foregoing, but it may also cover other cases of unsupervised classification in which a histogram of some characteristic (or feature) discriminative for classifying the objects is available.

その適用範囲は、上記で具体的に説明したようなグレーレベル画像のしきい値処理に限定されるものではなく、教師なし分類の他のケースも対象とする場合があります。オブジェクトを分類することができます。

Taking into account these points, the method suggested in this correspondence may be recommended as the most simple and standard one for automatic threshold selection that can be applied to various practical problems.

これらの点を考慮して、この対応で提案されている方法は、さまざまな実際の問題に適用できる自動しきい値選択の最も簡単で標準的な方法として推奨される場合があります。